

Economie Internationale

Licence de sciences économiques
Université de Toulouse I

Juin 2004

Avertissement: La durée de l'épreuve est de 1h30. Le barème est donné seulement à titre indicatif. La calculatrice est inutile et interdite.

Exercice I:

On considère un pays A où l'on peut consommer le bien (alimentaire) X et le bien (manufacturé) Y . On note $L^A = L_X^A + L_Y^A$ la "force de travail" du pays A , T^A la surface de terres cultivables et K^A sa dotation en capital. On suppose que les fonctions de production des deux biens X et Y sont données respectivement par:

$$\begin{aligned}X^A &= F_X^A(L_X^A, T^A) = A_X \sqrt{T^A} \sqrt{L_X^A} \\Y^A &= F_Y^A(L_Y^A, K^A) = A_Y \sqrt{K_Y^A} \sqrt{L_Y^A}\end{aligned}$$

avec A_X, A_Y positifs.

On suppose que le bien X ne peut pas être exporté (ex: denrées périssables). Par contre, le bien Y mais aussi le bien K (les machines) peuvent être échangés sur les marchés internationaux. On note p_Y le prix du bien Y et p_K le prix du bien K . Le but de l'exercice est d'établir le lien entre le prix p_X^A du bien de consommation local et le prix p_Y du bien échangé sur les marchés internationaux.

1. (2 pts) On suppose que le marché du travail est concurrentiel et que les travailleurs peuvent exercer dans chacun des deux secteurs de production. Donner l'équation de la frontière des possibilités de production du pays A pour un niveau de capital K_Y^A (et une surface de terres cultivables T^A) donné. Tracer le graphique correspondant dans le cas où $(A_X)^2 (T^A) = (A_Y)^2 (K_Y^A) = R_A^2 / L^A$.
2. (2 pts) Calculer la productivité marginale du capital dans le pays A . La dotation en capital K^A du pays A peut être utilisée pour produire Y mais peut aussi être vendue (totalement ou en partie) sur les marchés internationaux. Les propriétaires du capital (des machines) cherchent à maximiser leur profits et vendent donc ce dernier au même prix p_K que ce soit pour des entreprises nationales ou pour des entreprises étrangères (c.a.d. sur les marchés internationaux). Calculer la quantité K_Y^A utilisée à l'équilibre par le pays A pour produire Y en fonction de p_Y, p_K, L_Y^A et A_Y .
3. (3 pts) On peut montrer que les fonctions de production des deux biens X et Y peuvent se ré-écrire sous la forme réduite suivante :

$$X^A = \tilde{A}_X \sqrt{L_X^A} \quad \text{et} \quad Y^A = \tilde{A}_Y L_Y^A.$$

Calculer la nouvelle frontière de production représentant l'offre des deux biens à l'équilibre (On suppose toujours que le marché du travail est concurrentiel et que les travailleurs peuvent exercer dans les deux secteurs). On note p_X^A le prix du bien X dans le pays A et p_Y le prix du bien Y (c'est le même prix dans le pays A et sur les marchés internationaux). Calculer la quantité de travail L_X^A et L_Y^A utilisée dans chacun des secteurs à l'équilibre en fonction de p_X^A , p_Y , $\tilde{A}_X$, $\tilde{A}_Y$ et L^A .

4. (3 pts) On suppose que la demande pour le bien X dans le pays A est donnée par:

$$X_D^A(p_X^A, p_Y, R) = \frac{R}{2p_X^A},$$

où R est le revenu agrégé de la population. En utilisant le fait que le bien X ne peut pas être importé, calculer le prix d'équilibre p_X^A en fonction du revenu total R , du prix p_Y et des constantes $\tilde{A}_X$ et $\tilde{A}_Y$. Que vaut le salaire dans le pays A ? On suppose que R se limite aux revenus salariaux. Calculer R puis le prix p_X^A d'équilibre en fonction du prix p_Y , de la main d'œuvre L^A et des constantes $\tilde{A}_X$ et $\tilde{A}_Y$.

Correction:

Exercice I:

1. Ensemble des possibilités de production:

Les quantités de travail utilisées dans la production de chacun des biens sont données par:

$$\begin{aligned} L_X^A &= (X^A)^2 / (A_X^2 T^A) \\ L_Y^A &= (Y^A)^2 / (A_Y^2 K^A) \end{aligned}$$

On sait par ailleurs que la quantité totale de travail est L^A . Par suite:

$$L_X^A + L_Y^A \leq L^A$$

La frontière des possibilités de production est donc donnée par:

$$(X^A)^2 / (A_X^2 T^A) + (Y^A)^2 / (A_Y^2 K^A) = L^A$$

Dans le cas où $(A_X)^2 (T^A) = (A_Y)^2 (K^A) = R_A^2 / L^A$ on obtient un (quart de) cercle, de centre $(0, 0)$ et de rayon R_A :

$$(X^A)^2 + (Y^A)^2 = (R_A)^2$$

2. La productivité marginale du capital est donnée par

$$p_Y \frac{\partial F_Y^A}{\partial K_Y^A} = p_Y \frac{A_Y \sqrt{L_Y^A}}{2 \sqrt{K_Y^A}}$$

A l'équilibre, la productivité marginale du capital est égale au prix du capital p_K . Par suite:

$$K_Y^A = \left(\frac{p_Y}{p_K} \right)^2 \frac{A_Y^2 L_Y^A}{4}$$

3. La nouvelle frontière des possibilités de production¹ est donnée par:

$$L_X^A + L_Y^A = \frac{(X^A)^2}{(\tilde{A}_X)^2} + \frac{Y^A}{\tilde{A}_Y} = L^A.$$

A l'équilibre, la productivité marginale du travail est égale dans les deux secteurs donc:

$$p_X^A \frac{\partial X}{\partial L_X^A} = p_Y \frac{\partial Y}{\partial L_Y^A}.$$

¹En fait, on peut montrer les relations suivantes: $\tilde{A}_X = A_X \sqrt{T^A}$ et $\tilde{A}_Y = \frac{A_Y^2}{2} \left(\frac{p_Y}{p_K} \right)$.

On trouve finalement²:

$$L_X^A = \left(\frac{p_X^A \tilde{A}_X}{2p_Y \tilde{A}_Y} \right)^2,$$

et $L_Y^A = L^A - L_X^A$.

4. A l'équilibre, on l'offre est égale à la demande. Donc

$$\begin{aligned} X^A &= \tilde{A}_X \sqrt{L_X^A} = \frac{(\tilde{A}_X)^2}{\tilde{A}_Y} \frac{p_X^A}{2p_Y} \\ &= X_D^A(p_X, p_Y, R) = \frac{R}{2p_X^A} \end{aligned}$$

Par suite,

$$p_X^A = \frac{\sqrt{\tilde{A}_Y p_Y R}}{\tilde{A}_X}$$

Le salaire est donné par la productivité marginale du travail. Donc

$$w = p_X^A \frac{\tilde{A}_X}{2\sqrt{L_X^A}} = p_Y \tilde{A}_Y$$

et $R = wL^A$. On peut donc conclure que³

$$p_X^A = \frac{\tilde{A}_Y \sqrt{L^A}}{\tilde{A}_X} p_Y.$$

²On peut aussi obtenir le résultat en écrivant l'égalité du TMST et du rapport des prix.

³Si l'on remplace les constantes par leur valeur, on a en fait: $p_X^A = \frac{A_Y^2 \sqrt{L^A}}{2A_X \sqrt{T^A}} \left(\frac{p_Y}{p_K} \right) p_Y$.